

Козырев А.В., Ситников А.Г. Испарение сферической капли в газе среднего давления

Для цитирования: А. В. Козырев, А. Г. Ситников, "Испарение сферической капли в газе среднего давления", УФН, 171:7 (2001), 765–774; Phys. Usp., 44:7 (2001), 725–733

Дано

$p := 10^5$ - давление системы, Па

$T_0 := 300$ - температура системы, К

$\lambda := 0.026$ - теплопроводность воздуха, Вт/(м*К)

$t := 1$ - относительный скачок температуры, определяется экспериментально

$P_s := 3.6 \cdot 10^3$ - насыщенное давление паров при 300 К, Па

$L_0 := 43.8 \cdot 10^3$ - теплота парообразования при 300 К, Дж/моль $M_{H_2O} := 0.018$ - молярная масса воды, кг/моль

$\rho := 997$ - плотность воды при 300К, кг/м³

$D := 0.25 \cdot 10^{-4}$ - коэффициент диффузии, м²/с

$c := 0.04$ - коэффициент конденсации для чистой воды (для остальных приблизительно 1) или определяется экспериментально

$\sigma := 71 \cdot 10^{-3}$ - поверхностное натяжение воды при 300 К, Н/м

$k := 1.3806505 \cdot 10^{-23}$ - постоянная Больцмана, Дж/К

$N_A := 6.0221415 \cdot 10^{23}$ - число Авагадро, моль⁻¹

Расчёт на одну молекулу воды

$N_m := 1$ - количество молекул воды

Принимаем $T_R := T_0 = 300$

Безразмерны параметр

$$:= \frac{L_0 \cdot \frac{N_m}{N_A}}{k \cdot T_R} - 1 = \frac{43.8 \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{6.0221 \cdot 10^{23}}}{1.3807 \cdot 10^{-23} \cdot 300} - 1 = 16.5597$$

Безразмерны параметр

$$a := \frac{t \cdot T_0}{D \cdot P_s \cdot (a + 1)} = \frac{0.026 \cdot 300}{0.25 \cdot 10^{-4} \cdot 3.6 \cdot 10^3 \cdot 16.559742600791708 \cdot (16.559742600791708 + 1)} = 0.298$$

Масса испаряющихся молекул

$$M := \frac{N_m}{N_A} \cdot M_{H_2O} = \frac{1}{6.0221 \cdot 10^{23}} \cdot 0.018 = 0$$

Одно из уточнений теории испарения связано кинетикой процесса взаимодействия молекул пара с поверхностью жидкой фазы. Пользуясь для пара уравнением состояния идеального газа и принципом детального равновесия, Герц и Кнудсен получили для плотности потока молекул пара с поверхности w_s следующую формулу:

$$w_s := \frac{c \cdot P_s}{\sqrt{2 \cdot M \cdot k \cdot T_0}} = \frac{0.04 \cdot 3.6 \cdot 10^3}{\sqrt{2 \cdot 0 \cdot 1.3807 \cdot 10^{-23} \cdot 300}} = 5.1631 \times 10^{24}$$

Параметр b с размерностью длины, параметр t с размерностью времени:

$$b := \frac{t}{k \cdot w_s \cdot (a + 1) \cdot (a + 1)} \text{ explicit, ALL} = \frac{0.026}{1.3807 \cdot 10^{-23} \cdot 5.1631 \times 10^{24} \cdot 16.5597 \cdot (16.5597 + 1) \cdot (0.298 + 1)} = 966.316 \cdot 10^{-9}$$
$$:= b^2 \cdot \frac{k \cdot (a + 1)}{t \cdot M} = (9.6632 \times 10^{-7})^2 \cdot \frac{997 \cdot 1.3807 \cdot 10^{-23} \cdot (16.5597 + 1)}{0.026 \cdot 0} = 290.4294 \cdot 10^{-6}$$

средний объём, приходящийся на одну молекулу жидкой фазы

$$v := \frac{M}{\rho} = \frac{0}{997} = 29.9796 \cdot 10^{-30}$$

характерный радиус

$$R := \frac{2 \cdot v}{k \cdot T_0} = \frac{2 \cdot 71 \cdot 10^{-3} \cdot 0}{1.3807 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 1.0278 \times 10^{-9}$$

Безразмерный параметр β , отвечающий за поверхностное натяжение:

$$:= \frac{R}{b \cdot (a + 1)} = \frac{1.0278 \times 10^{-9}}{9.6632 \times 10^{-7} \cdot 16.5597 \cdot (0.298 + 1)} = 4.9482 \times 10^{-5}$$

Таблица. Характеристики чистых веществ и параметры задачи *

| Вещество | P_s , Па | L_0 , кДж моль ⁻¹ | ρ , кг м ⁻³ | D , см ² с ⁻¹ | α_c | σ , мН м ⁻¹ | ω | a | b , нм | τ , мкс | β |
|----------|------------|--------------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|------------|-------------------------------|----------|-------|----------|--------------|------------|
| Ртуть | 0,27 | 65,6 | 13550 | 0,21 | 1,0 | 465 | 25,3 | 2066 | 475 | 127 | $2,2^{-5}$ |
| Вода | $3,6^3$ | 43,8 | 997 | 0,25 | 0,04 | 71 | 16,6 | 0,303 | 976 | 292 | $4,9^{-5}$ |
| n-гексан | $2,2^4$ | 37,7 | 660 | 0,10 | 1,0 | 18 | 14,1 | 0,171 | 19,2 | 0,02 | $4,7^{-3}$ |

* Использована сокращенная запись чисел, например $3,6^3 \equiv 3,6 \times 10^3$.

$$P_s = 3.6 \cdot 10^3 \quad L_0 = 43.8 \cdot 10^3 \quad \rho = 997 \quad D = 0.25 \cdot 10^{-4} \quad \alpha_c = 0.04 \quad \sigma = 71 \cdot 10^{-3} \quad \omega = 16.5597 \quad a = 0.298 \quad b = 966.316 \cdot 10^{-9} \quad \tau = 290.4294 \cdot 10^{-6} \quad \beta = 4.9482 \cdot 10^{-5}$$

Расчёт времени жизни капли воды в зависимости от её сферического размера

$f_0 := 0.5$ - относительная влажность?

$R := 10^3 \cdot 10^{-6} = 0.001$ - радиус капли, м = > Ожидаемое время жизни капли 10^4 с

$M := \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \rho = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 0.001^3 \cdot 997 = 4.1762 \times 10^{-6}$ - масса, испаряющейся капли

$n := \frac{M}{M_{H_2O}} = \frac{4.1762 \times 10^{-6}}{0.018} = 2.3201 \times 10^{-4}$ - количество моль испаряющейся капли

$v := \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3}{n \cdot N_A} = \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 0.001^3}{2.3201 \times 10^{-4} \cdot 6.0221 \cdot 10^{23}} = 29.9796 \cdot 10^{-30}$ - средний объём, приходящийся на одну молекулы жидкой фазы

$$:= \frac{L_0 \cdot n}{k \cdot T_0} - 1 = \frac{43.8 \cdot 10^3 \cdot 2.3201 \times 10^{-4}}{1.3807 \cdot 10^{-23} \cdot 300} - 1 = 2.4535 \times 10^{21}$$

$$a := \frac{i \cdot T_0}{D \cdot P_s \cdot (1 + 1)} = \frac{0.026 \cdot 300}{0.25 \cdot 10^{-4} \cdot 3.6 \cdot 10^3 \cdot 2.4535 \times 10^{21} \cdot (2.4535 \times 10^{21} + 1)} = 0$$

$$w_s := \frac{c \cdot P_s}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot M \cdot k \cdot T_0}} = \frac{0.04 \cdot 3.6 \cdot 10^3}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot 4.1762 \times 10^{-6} \cdot 1.3807 \cdot 10^{-23} \cdot 300}} = 4.368 \times 10^{14}$$

$$R := \frac{2 \cdot v}{k \cdot T_0} = \frac{2 \cdot 71 \cdot 10^{-3} \cdot 0}{1.3807 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 1.0278 \times 10^{-9}$$

$$b := \frac{i}{k \cdot w_s \cdot (1 + 1) \cdot (a + 1)} = \frac{0.026}{1.3807 \cdot 10^{-23} \cdot 4.368 \times 10^{14} \cdot 2.4535 \times 10^{21} \cdot (2.4535 \times 10^{21} + 1) \cdot (0 + 1)} = 0$$

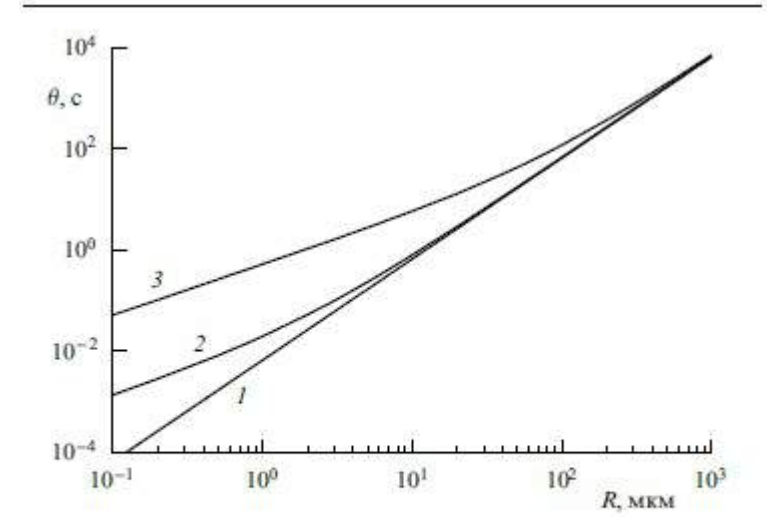


Рис. 4. Зависимости времени полного испарения водяных капель θ от начального радиуса R при $T_0 = 300$ К, $f_0 = 0,5$: 1 — максвелловский режим испарения; 2 — $\alpha_c = 0,04$; 3 — $\alpha_c = 0,001$.

$$\theta := \frac{1 - f_0}{(a + 1)} = \frac{1 - 0.5}{2.4535 \times 10^{21} \cdot (0 + 1)} = 0$$

$$:= \frac{R}{b \cdot (a + 1)} = \frac{1.0278 \times 10^{-9}}{0.24535 \times 10^{21} \cdot (0 + 1)} = 5.849 \times 10^5$$

$$z := \frac{R \cdot \theta +}{R + 1} \cdot \left[1 + \frac{R \cdot (-\theta)}{(R + 1)^2} \right] = \frac{0.001 \cdot 0 + 5.849 \times 10^5}{0.001 + 1} \cdot \left[1 + \frac{0.001 \cdot (5.849 \times 10^5 - 0)}{(0.001 + 1)^2} \right] = 3.4166 \times 10^8$$

$$:= \frac{1}{2} \cdot \frac{z -}{\theta^2 \cdot (\theta - z)^2} \cdot \left[\theta \left[2 \cdot \theta \cdot z^2 - z \cdot (3 \cdot \theta^2 + 1) + 2 \cdot \theta \cdot (\theta^2 + \theta + 1) \right] - \left[\theta \cdot (\theta^2 + 4 \cdot \theta + 3) - 2 \cdot z \cdot (\theta + 1) \right] \right] \dots = 1.4059 \times 10^{49}$$

$$+ \frac{(\theta + 1) \cdot (\theta^2 +) \cdot (\theta -)}{\theta^3} \cdot \ln \left(\frac{\theta -}{\theta - z} \right) - \frac{[\cdot (\theta + 1) - \theta]}{\theta^3} \cdot \ln \left(\frac{-}{z} \right)$$

"...иллюстрируется на рис. 4. где показаны зависимости времени жизни капли, рассчитанные по формуле (29) при $\beta = 0$. Благодаря тому, что критерий (32) при $R < 1$ хорошо выполняется при всех $0 < f_0 < 1$, теоретически рассчитанное время жизни малых капель можно считать вполне надежным."